Ejemplo de RCI

Marco conceptual

Me definen un marco conceptual formado por dos variables.

Duración

Representa la duración de una película. Se representa en minutos y tiene valores entre:

- Duración ϵ [0, 240]
- Duración ϵ {corta, normal, larga, muy larga, alrededor de 2h} – Cualitativos -

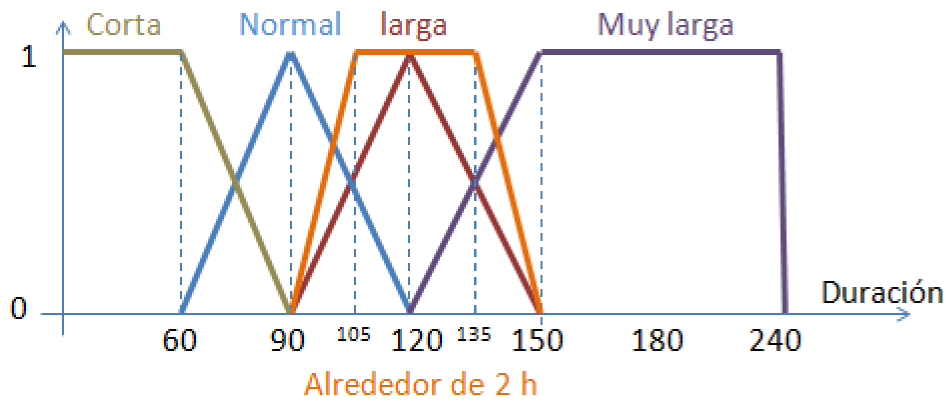
Puntualidad

Representa la puntualidad de una persona. Se representa en minutos y tiene valores:

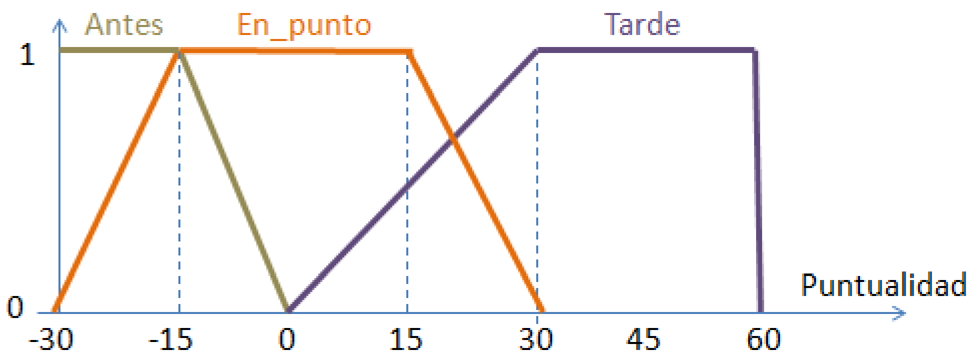
- Puntualidad ϵ [-30, 60] → Donde 0 representa la puntualidad total, los valores negativos representan que la persona llega demasiado pronto y los positivos que llega tarde.
- Puntualidad ϵ {antes, en_punto, tarde}

Distribución de posibilidad

Duración



Puntualidad



Base de conocimientos

Si una película es larga, entonces se llega tarde:

Si duración = larga → puntualidad = tarde

$$\mu_{larga}(duración) \rightarrow \ \mu_{tarde}(puntualidad)$$

Sabemos que:

$$T(x, y) = \min(x, y)$$

$$S(x, y) = máx(x, y)$$

$$N(x) = 1 - x$$

$$J(x, y) = máx(1 - x, \min(x, y))$$

Tenemos ahora que Juan fue a ver una película que dura alrededor de 2 horas [$\mu_{\sim 2h}$(duración)] y nos pregunta cuál será su puntualidad [$\mu_{B'}$(puntualidad)]. Tenemos que hacer la RCI de las reglas dadas para solucionarlo.

Existen dos formas de solucionarlo: de forma gráfica o de forma tabular. Con la primera opción tenemos exactitud total pero tenemos el problema de las tres dimensiones. Con la segunda opción perdemos exactitud (ya que tenemos que discretizar las distribuciones) pero no tenemos problemas de tridimensionalidad.

Al hacerlo de forma tabular tenemos que discretizar las distribuciones, cuantas más tomemos más exactos serán nuestros cálculos pero más tedioso se vuelve la tarea. El consejo es tomar un punto intermedio. En este caso utilizamos muestras de 15 minutos para puntualidad:

Puntualidad (y)	Duración (x)	Paso 1 μ_{larga}(duración, puntualidad)	Paso 2 μ_{tarde}(puntualidad, duración)	Paso 3 $\mu_{larga \rightarrow tarde}$(duración, puntualidad)	Paso 4 $\mu_{\sim 2h}$(duración, puntualidad)	Paso 5 T(3,4)	Paso 6 Sup(5)
-30	60	0	0	1	0	0	0,5
	75	0	0	1	0	0	
	90	0	0	1	0	0	
	105	0,5	0	0,5	1	0,5	
	120	1	0	0	1	0	
	135	0,5	0	0,5	1	0,5	
	150	0	0	1	0	0	
	165	0	0	1	0	0	
	180	0	0	1	0	0	
	195	0	0	1	0	0	
	210	0	0	1	0	0	
	225	0	0	1	0	0	
	240	0	0	1	0	0	
	60	0	0	1	0	0	
	75	0	0	1	0	0	
	90	0	0	1	0	0	

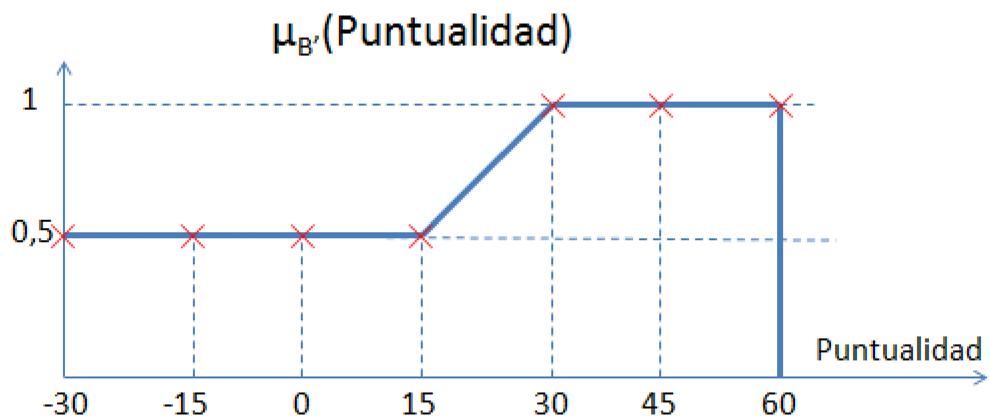
-15	105	0,5	0	0,5	1	0,5	0,5
	120	1	0	0	1	0	
	135	0,5	0	0,5	1	0,5	
	150	0	0	1	0	0	
	165	0	0	1	0	0	
	180	0	0	1	0	0	
	195	0	0	1	0	0	
	210	0	0	1	0	0	
	225	0	0	1	0	0	
	240	0	0	1	0	0	
0	60	0	0	1	0	0	0,5
	75	0	0	1	0	0	
	90	0	0	1	0	0	
	105	0,5	0	0,5	1	0,5	
	120	1	0	0	1	0	
	135	0,5	0	0,5	1	0,5	
	150	0	0	1	0	0	
	165	0	0	1	0	0	
	180	0	0	1	0	0	
	195	0	0	1	0	0	
	210	0	0	1	0	0	
	225	0	0	1	0	0	
	240	0	0	1	0	0	
15	60	0	0,5	1	0	0	0,5
	75	0	0,5	1	0	0	
	90	0	0,5	1	0	0	
	105	0,5	0,5	0,5	1	0,5	
	120	1	0,5	0,5	1	0,5	
	135	0,5	0,5	0,5	1	0,5	
	150	0	0,5	1	0	0	
	165	0	0,5	1	0	0	
	180	0	0,5	1	0	0	
	195	0	0,5	1	0	0	
	210	0	0,5	1	0	0	
	225	0	0,5	1	0	0	
	240	0	0,5	1	0	0	
30	60	0	1	1	0	0	1
	75	0	1	1	0	0	
	90	0	1	1	0	0	
	105	0,5	1	0,5	1	0,5	
	120	1	1	1	1	1	
	135	0,5	1	0,5	1	0,5	
	150	0	1	1	0	0	
	165	0	1	1	0	0	
	180	0	1	1	0	0	
	195	0	1	1	0	0	
	210	0	1	1	0	0	
	225	0	1	1	0	0	
	240	0	1	1	0	0	

	60	0	1	1	0	0	
	75	0	1	1	0	0	
	90	0	1	1	0	0	
	105	0,5	1	0,5	1	0,5	
	120	1	1	1	1	1	
	135	0,5	1	0,5	1	0,5	
45	150	0	1	1	0	0	1
	165	0	1	1	0	0	
	180	0	1	1	0	0	
	195	0	1	1	0	0	
	210	0	1	1	0	0	
	225	0	1	1	0	0	
	240	0	1	1	0	0	
60	60	0	1	1	0	0	
	75	0	1	1	0	0	
	90	0	1	1	0	0	
	105	0,5	1	0,5	1	0,5	
	120	1	1	1	1	1	
	135	0,5	1	0,5	1	0,5	
	150	0	1	1	0	0	1
	165	0	1	1	0	0	
	180	0	1	1	0	0	
	195	0	1	1	0	0	
	210	0	1	1	0	0	
	225	0	1	1	0	0	
	240	0	1	1	0	0	

$$\forall\, puntualidad\ \mu_{larga}(duración) = \mu_{larga}(duración, puntualidad)$$

Vamos a hacer los cálculos para 0, 15 y 30 por comodidad. Ya que -30 y -15 son igual a 0 y para 45 y 60 los cálculos son igual a 30. El resto habrá que acabarlo en casa.

Representamos gráficamente el resultado.



Esta respuesta es una respuesta matemática correcta, sin embargo esta respuesta no nos sirve en el mundo real, no sirve para sistemas de ayuda a la decisión. Lo que debemos hacer es lo

que se denomina Defuzzyfy (desborrificar) que convierte esta respuesta matemáticamente correcta a una comprensible hay dos opciones: se pasa a un valor numérico o a una etiqueta lingüística.

Desborricificar

Valor numérico

Centro de gravedad

$$g_{B'} = \frac{(-30 \cdot 0{,}5) + (-15 \cdot 0{,}5) + (0 \cdot 0{,}5) + (15 \cdot 0{,}5) + (30 \cdot 1) + (45 \cdot 1) + (60 \cdot 1)}{0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 + 0{,}5 + 1 + 1 + 1}$$
$$= \frac{120}{5} = 24\, minutos$$

Así pues Juan, en las condiciones establecidas por el problema, llegará 24 minutos tarde. ¿Cuándo utilizar valores o etiquetas? Un ser humano es capaz de comprender mejor etiquetas y una máquina comprende mejor los valores numéricos. Así que, generalmente, cuando una máquina se comunica con otra lo hace mediante valores numéricos y cuando se comunica con un humano, lo hace mediante etiquetas lingüísticas.

Etiqueta lingüística

Σcuenta

$$\Sigma_{B'} = \sum_{i=1}^{N} \mu_{B'}(x_i)$$

Es el sumatorio de las posibilidades en los puntos de discretización.

Σ_{antes} = 1 + 1 = 2 (los puntos que faltan aquí son siempre 0 así que se obvian).

Σ_{en_punto} = 1 + 1 + 1 = 3

Σ_{tarde} = 0,5 + 1 + 1 + 1 = 3,5

Σcuenta puede verse como una estimación grosera del área de distribución en términos comparativos. A cambio de pocos cómputos se obtienen las distribuciones ordenadas por área. Luego se calcula la intersección entre las distribuciones de posibilidad conocidas con B’. Por último se dividen para que pueda cuadrar mejor la distribución conocida a B’ y eliminar errores de intersección:

Σcuenta (antes ∧ B’) = 1(se calcula el min entre antes y B’)

Σcuenta (en_punto ∧ B’) = 1,5

Σcuenta (tarde ∧ B’) = 3,5

Cuanto más alto sea este valor quiere decir que mejor es el encaje entre ambos. Ahora se aplica el factor de corrección:

Σcuenta (antes ∧ B’) = $\frac{1}{2} = 0{,}5$

Σcuenta (en_punto ∧ B’) =$\frac{1{,}5}{3} = 0{,}5$

Σcuenta (tarde ∧ B’) =$\frac{3{,}5}{3{,}5} = 1$

Así pues, tarde es la etiqueta que mejor cuadra con el resultado dado en lógica borrosa.

Distancia

Se calculan las distancias entre la distribución B’ y los centros de gravedad de las distribuciones conocidad. Antes hay que establecer las constantes α y β que determinan que tiene más prioridad, el area de la distribución o su centro de gravedad. Siempre debe cumplirse que:

$$0 \leq \alpha, \beta \leq 1$$

Si, por ejemplo, tomamos α=0,2 y β=0,8 le estaremos dando más importancia al centro de gravedad que al area, ya que β > α. Así pues calculamos el area de las distribuciones conocidad de B’:

A_{antes} = 22,5

A_{en_punto} = 45

A_{tarde} = 45

$A_{B'}$ = 63,75

Como vemos $A_{B'} \approx A_{en\_punto}, A_{tarde}$ No sabríamos decir a cuál se parece más, necesitamos el centro de gravedad:

g_{antes} = 22,5

g_{en_punto} = 0

g_{tarde} = 40,71

$g_{B'}$ = 24

Como vemos, de las dos distribuciones que teníamos antes similares a $A_{B'}$ vemos que $g_{B'} \approx g_{tarde}$ Así que, probablemente, el sistema devuelva que B’ es tarde. Para saberlo a ciencia cierta debemos hallar las distancias:

$$d(B_i, antes) = \sqrt{\underbrace{0{,}2 \cdot (22{,}5 - 63{,}75)^2}_{340{,}41} + \underbrace{0{,}8 \cdot (24 + 22{,}5)^2}_{1729{,}8}} = \sqrt{2070{,}11} = 45{,}50$$

$$d(B_i, en\_punto) = \sqrt{\underbrace{0{,}2 \cdot (45 - 63{,}75)^2}_{70{,}31} + \underbrace{0{,}8 \cdot (24 - 0)^2}_{460{,}8}} = \sqrt{531{,}11} = 23{,}04$$

$$d(B_i, tarde) = \sqrt{\underbrace{0{,}2 \cdot (45 - 63{,}75)^2}_{70{,}31} + \underbrace{0{,}8 \cdot (24 - 0)^2}_{223{,}37}} = \sqrt{293{,}69} = 17{,}13$$

Como preveíamos *tarde* es el resultado que devolverá el sistema.